

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Beton Prategang

Beton adalah suatu bahan yang mempunyai kekuatan tekan yang tinggi, tetapi kekuatan tariknya relatif rendah. Sedangkan baja adalah suatu material yang mempunyai kekuatan tarik yang sangat tinggi. Dengan mengkombinasikan beton dan baja sebagai bahan struktur maka tegangan tekan dipikul oleh beton sedangkan tegangan tarik oleh baja. Pada struktur dengan bentang yang panjang, struktur beton bertulang biasa tidak cukup untuk menahan tegangan lentur, geser atau puntir yang tinggi. Karakteristik-karakteristik dari beton bertulang biasa tersebut sebagian besar telah dapat diatasi dengan pengembangan beton prategang.

Beton prategang dapat didefinisikan sebagai beton yang telah diberikan tegangan-tegangan dalam, dalam jumlah dan distribusi tertentu sehingga dapat menetralkan sejumlah tertentu tegangan-tegangan yang dihasilkan oleh beban luar sesuai dengan yang direncanakan. Proses prategang memberikan tegangan tekan dalam beton. Gaya prategang ini berupa tendon yang diberikan tegangan awal sebelum memikul beban kerjanya yang berfungsi mengurangi atau menghilangkan tegangan tarik pada saat beton mengalami beban kerja serta menggantikan tulangan tarik pada struktur beton bertulang biasa.

Pemberian gaya prategang pada beton akan memberikan tegangan tekan pada penampang. Tegangan ini akan menahan beban luar yang bekerja pada

penampang. Pemberian gaya prategang dapat dilakukan sebelum atau sesudah beton dicor. Pemberian gaya prategang yang dilakukan sebelum pengecoran disebut sistem pratarik (*pretension*), sedangkan pemberian gaya prategang yang dilakukan sesudah pengecoran disebut sistem pascatarik (*posttension*).

Pada sistem pratarik, tendon pertama-tama ditarik dan diangkur pada abutmen tetap. Beton dicor pada cetakan yang sudah disediakan dengan melingkupi tendon yang sudah ditarik tersebut. Jika kekuatan beton sudah mencapai yang diisyaratkan maka tendon dipotong atau angkurnya dilepas. Pada saat baja yang ditarik berusaha untuk berkonstraksi, beton akan tertekan.

Pada sistem pascatarik, dengan cetakan yang sudah disediakan, beton dicor di sekeliling selongsong (*duct*). Baja tendon berada di dalam selongsong selama pengecoran. Jika beton sudah mencapai kekuatan tertentu, tendon ditarik. Tendon bisa ditarik di dua sisi dan diangkur secara bersamaan. Beton menjadi tertekan selama pengangkuran.

B. Material Beton Prategang

1. Beton

Beton adalah suatu material yang terdiri dari campuran semen, air, agregat dan bahan tambah bila diperlukan. Beton yang digunakan untuk beton prategang adalah yang mempunyai kekuatan tekan yang cukup tinggi dengan nilai kuat tekan karakteristik 30 – 45 MPa. Kuat tekan yang tinggi ini diperlukan untuk menahan tegangan tekan pada serat beton yang tertekan oleh gaya prategang.

Nilai modulus elastisitas beton dipengaruhi oleh kekuatan tekan yang dimiliki oleh beton tersebut. Besarnya harga modulus elastisitas beton E_c dapat diambil sebesar $4700\sqrt{f'_c}$.

2. Baja

Baja yang dipakai untuk beton prategang ada empat macam yaitu:

- a. Kawat tunggal (*wires*), biasanya digunakan untuk baja prategang pada beton prategang dengan sistem pratarik.
- b. Untaian kawat (*strand*), biasanya digunakan untuk baja prategang pada beton prategang dengan sistem pascatarik.
- c. Kawat batangan (*bars*), biasanya digunakan untuk baja prategang pada beton prategang dengan sistem pratarik.
- d. Tulangan biasa, sering digunakan untuk tulangan non-prategang, seperti tulangan memanjang, sengkang dan lain-lain.

Berdasarkan SNI 7833:2012 mengenai tata cara perencanaan beton pracetak dan prategang untuk bangunan gedung mensyaratkan bahwa baja yang digunakan untuk prategang harus sesuai dengan salah satu spesifikasi berikut:

- a. Kawat: ASTM A421M.
- b. Kawat relaksasi rendah: ASTM A421M, termasuk suplemen '*Low Relaxation Wire*'.
- c. Strand: ASTM A416M.
- d. Batang tulangan kekuatan tinggi: ASTM A722M.

Untuk tipe untaian kawat yang digunakan pada beton prategang pascatarik harus diberi selongsong (*ducts*).

C. Tahap Pembebanan

Tidak seperti pada beton bertulang biasa, beton prategang mengalami beberapa tahap pembebanan yang harus dianalisa. Pada setiap tahap pembebanan harus dilakukan pengecekan atas kondisi pada bagian yang tertekan maupun bagian yang tertarik pada setiap penampang. Pada tahap tersebut berlaku tegangan ijin yang berbeda-beda. Dua tahap pembebanan pada beton prategang tersebut adalah tahap transfer dan tahap layan (*service*).

1. Tahap transfer

Untuk sistem pratarik, tahap transfer ini terjadi pada saat angker dilepas dan gaya prategang ditransfer ke beton. Untuk sistem pascatarik, tahap transfer ini terjadi pada saat beton sudah cukup umur dan dilakukan penarikan kabel prategang. Pada saat ini beban yang bekerja hanya berat sendiri struktur, beban pekerja dan peralatan. Sedangkan beban hidup belum bekerja sepenuhnya. Jadi, beban yang bekerja sangat minimum, sementara gaya prategang yang bekerja maksimum karena belum ada kehilangan gaya prategang.

2. Tahap layan (*service*)

Kondisi layan adalah kondisi pada saat beton prategang digunakan sebagai komponen struktur. Pada tahap ini beban luar seperti beban hidup, angin, gempa dan lain-lain mulai bekerja, sedangkan semua kehilangan gaya

prategang sudah harus dipertimbangkan dalam analisa strukturnya. Jadi, beban yang bekerja maksimum sementara kehilangan gaya prategang sudah diperhitungkan.

D. Kehilangan Prategang

Gaya prategang pada beton mengalami proses pengurangan secara berangsur-angsur sejak gaya prategang awal diberikan, sehingga tahapan gaya prategang perlu ditentukan pada setiap tahapan pembebanan, yaitu dari tahapan transfer gaya prategang ke beton sampai ke berbagai tahapan prategang yang terjadi pada kondisi beban kerja hingga mencapai kondisi ultimit. Secara umum, pengurangan gaya prategang dapat dikelompokkan menjadi dua kategori, yaitu kehilangan elastis segera yang terjadi pada saat proses fabrikasi atau konstruksi, termasuk perpendekan (deformasi) beton secara elastis, kehilangan karena pengangkuran dan kehilangan karena gesekan dan kehilangan yang bergantung pada waktu, seperti rangkak, susut dan kehilangan akibat efek temperatur dan relaksasi baja.

Kehilangan gaya prategang yang terjadi tersebut dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Kehilangan prategang akibat perpendekan elastis beton

Beton mengalami deformasi pada saat gaya prategang bekerja. Hal ini disebabkan karena tendon yang melekat pada beton sekitarnya secara simultan juga memendek, sehingga tendon tersebut akan kehilangan sebagian dari gaya prategang yang dipikulnya.

2. Kehilangan prategang akibat gesekan pada tendon

Kehilangan prategang akibat gesekan yang terjadi antara tendon dan saluran beton disekitarnya. Kehilangan tegangan akibat gesekan pada tendon juga dipengaruhi oleh pergerakan dari selongsong (efek *Wobble*).

Dalam SNI 7833:2012 gaya P_{px} dalam tendon pasca-tarik pada jarak l_{px} dari ujung angkur harus dihitung dengan:

$$P_{px} = P_{pj} e^{-(Kl_{px} + \mu_p \alpha_{px})} \quad (2.1)$$

dimana:

P_{px} = gaya prategang pada ujung angkur

P_{pj} = gaya prategang pada titik yang ditinjau

l_{px} = panjang segmen yang diperhitungkan

K = koefisien Wobble

μ = koefisien kelengkungan

Jika $(Kl_{px} + \mu_p \alpha_{px})$ tidak lebih besar dari 0,30 maka P_{px} boleh dihitung dengan rumus berikut:

$$P_{px} = P_{pj} (1 + Kl_{px} + \mu_{px})^{-1} \quad (2.2)$$

Nilai koefisien Wobble K dan friksi kelengkungan μ dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Koefisien Wobble K dan Koefisien Friksi μ (SNI 7813:2012)

		Jenis Baja	K per meter	μ per radian
Tendon di- <i>grout</i> pada metal pelapis		Tendon kawat	0,0033 – 0,0049	0,15 – 0,25
		Batang tul. kekuatan tinggi	0,0003 – 0,0020	0,08 – 0,30
		Strand 7 Kawat	0,0016 – 0,0066	0,15 – 0,25
Tendon tanpa lekatan	Dilapisi plastik (<i>Mastic</i>)	Tendon kawat	0,0033 – 0,0066	0,05 – 0,15
		Strand 7 kawat	0,0033 – 0,0066	0,05 – 0,15
	Diminyaki sebelumnya (<i>Pre-greased</i>)	Tendon kawat	0,0010 – 0,0066	0,05 – 0,15
		Strand 7 kawat	0,0010 – 0,0066	0,05 – 0,15

3. Kehilangan prategang akibat slip pada pengangkuran

Kehilangan akibat slip pada pengangkuran terjadi sewaktu kawat dilepaskan dari mesin penarik dan ditahan oleh blok pada angkur.

4. Kehilangan prategang akibat rangkak pada beton

Rangkak pada beton terjadi karena deformasi akibat adanya tegangan pada beton yang tergantung pada waktu. Pada struktur beton prategang, rangkak mengakibatkan berkurangnya tegangan pada penampang.

5. Kehilangan prategang akibat susut pada beton

Hal-hal yang mempengaruhi susut pada beton adalah rasio volume terhadap luas permukaan, kelembaban relatif, persentase agregat halus dan semen, dan lain-lain.

6. Kehilangan prategang akibat relaksasi baja prategang

Relaksasi baja terjadi pada baja prategang dengan perpanjangan tetap selama suatu waktu yang mengalami penurunan gaya prategang. Kehilangan gaya prategang bergantung pada lamanya waktu berjalan dan rasio gaya prategang awal terhadap gaya prategang akhir.

Pada tahap awal perencanaan struktur, umumnya tidak langsung dihitung kehilangan tegangan yang terjadi, tetapi ditaksir terlebih dahulu karena kehilangan tegangan dipengaruhi oleh banyak faktor seperti karakteristik beton dan baja, metode pengecoran, sistem prategang dan lain-lain. Lin (1963) merekomendasikan kehilangan tegangan total sebagai berikut:

1. Untuk struktur pratarik terdiri dari 4% akibat perpendekan elastis, 6% akibat rangkai, 7% akibat susut pada beton dan 8% akibat relaksasi baja sehingga kehilangan total untuk pratarik sebesar 25%.
2. Untuk struktur pascatarik terdiri dari 1% akibat perpendekan elastis, 5% akibat rangkai pada beton, 6% akibat susut pada beton dan 8% akibat relaksasi baja sehingga kehilangan total di struktur pascatarik adalah 20%.

E. Kemampuan Layan

Ada dua tahap utama dalam penentuan kemampuan layan struktur beton prategang. Tahap pertama adalah tahap transfer dimana kekuatan beton masih rendah, beban pada struktur masih minimum (hanya beban mati dan beban konstruksi yang bekerja), sedangkan gaya prategang mencapai nilai puncaknya. Tahap kedua adalah ketika semua kehilangan sudah tercapai dan semua beban sudah bekerja, dengan nilai gaya prategang mencapai nilai terendah. Pada kedua tahap tersebut semua persyaratan harus dipenuhi.

Berdasarkan SNI 2847:2013 tentang persyaratan beton struktural untuk bangunan gedung komponen lentur struktur beton prategang diklasifikasikan ke kelas U dimana f_t , tegangan serat terjauh yang dihitung dalam kondisi tarik pada daerah tarik pratekan yang dihitung saat beban layan, dengan $f_t \leq 0,62\sqrt{f'_c}$; diberikan tegangan ijin beton untuk komponen struktur lentur tidak boleh melebihi nilai sebagai berikut:

1. Pada saat transfer (sesaat sesudah penyaluran gaya prategang/sebelum terjadinya kehilangan prategang)

$$\text{Tegangan serat tekan terluar } (\sigma_{ci}) = 0,6f'_{ci}$$

$$\text{Tegangan serat tarik terluar } (\sigma_{ti}) = 0,25\sqrt{f'_{ci}}$$

2. Pada kondisi beban layan (sesudah memperhitungkan semua kehilangan tegangan yang terjadi)

$$\text{Tegangan serat tekan terluar } (\sigma_c) = 0,45f'_c$$

$$\text{Tegangan serat tarik terluar } (\sigma_t) = 0,5\sqrt{f'_c}$$

F. Metode Koefisien Momen β

Konstruksi beton prategang menggunakan prinsip sederhana dalam desainnya yaitu memberi tegangan pada beton sehingga saat beban layan tegangan tarik akan dikurangi sementara tegangan tekan akan dibatasi. Untuk desain pada balok sederhana, metode pengimbangan beban masih dapat digunakan dengan beberapa ketentuan. Namun pada balok menerus yang tergolong struktur statis tak tentu, perhitungan menjadi lebih rumit karena harus memperhatikan pengaruh momen sekunder yang ditimbulkan oleh perubahan profil kabel di tumpuan.

Arfiadi dan Hadi (2011) memberikan cara yang lebih mudah untuk mendesain beton prategang pada struktur statis tak tentu dengan menggunakan metode koefisien momen untuk struktur statis tak tentu beton prategang. Momen akibat prategang diasumsikan sebagai gaya prategang dikali sebuah koefisien β . Dengan menganggap momen akibat gaya prategang sebagai fungsi gaya prategang dan memperhatikan tegangan ijin yang dibutuhkan pada serat atas dan bawah, dapat diturunkan persamaan yang dapat digunakan untuk menentukan gaya prategang. Dari persamaan tersebut, batas atas dan bawah gaya prategang dapat ditentukan.

Didefinisikan β sebagai koefisien momen akibat gaya prategang, sehingga momen akibat gaya prategang pada kondisi awal adalah:

$$M_{Fi} = F_i \times \beta \quad (2.3)$$

dengan asumsi struktur linier elastik, maka diperoleh momen akibat gaya prategang pada kondisi akhir adalah:

$$M_F = F \times \beta \quad (2.4)$$

Gaya prategang efektif pada kondisi akhir setelah kehilangan tegangan diperhitungkan adalah:

$$F = \alpha F_i \quad (2.5)$$

dimana:

M_{Fi} = momen akibat gaya prategang pada saat awal (transfer),

M_F = momen akibat gaya prategang setelah kehilangan tegangan,

F_i = gaya prategang saat transfer,

F = gaya prategang efektif,

α = koefisien gaya prategang setelah kehilangan tegangan.

Untuk memperoleh momen akibat prategang, digunakan beberapa asumsi berikut:

- a. Eksentrisitas kabel kecil jika dibandingkan dengan bentang balok.
- b. Kehilangan prategang akibat gesekan kabel diabaikan.
- c. Jumlah kabel sepanjang bentang sama.

Untuk menentukan koefisien momen β , perlu dihitung beban ekuivalen akibat prategang. Momen sekunder dapat dihitung dengan mengurangi momen akibat beban ekuivalen dengan momen primer akibat eksentrisitas. Koefisien β dapat diperoleh dari analisis struktur dengan memberikan gaya prategang sebagai satuan gaya.

Dengan asumsi bahwa:

- tegangan tekan diberi tanda negatif (-) dan tegangan tarik positif (+),
- momen positif jika serat bawah tertarik,
- gaya prategang F dan F_i bernilai positif dalam persamaan.

Tegangan dalam beton harus memenuhi persamaan yang diberikan dalam peraturan bangunan gedung sebagai berikut.

Pada transfer (kondisi awal) pada serat atas jika mengalami tarik:

$$-\frac{F_i}{A_c} - \frac{M_{Fi} Y_t}{I_c} - \frac{M_{DL} Y_t}{I_c} < \sigma_{ti} \quad (2.6)$$

Jika mengalami tekan:

$$-\frac{F_i}{A_c} - \frac{M_{Fi} Y_t}{I_c} - \frac{M_{DL} Y_t}{I_c} > \sigma_{ci} \quad (2.7)$$

dimana:

A_c = luas penampang,

I_c = momen inersia,

y_t = jarak garis netral dari serat atas,

M_{DL} = momen akibat beban mati,

σ_{ti} = tegangan ijin tarik beton saat transfer,

σ_{ci} = tegangan ijin tekan saat transfer.

Pada serat bawah jika mengalami tarik:

$$-\frac{F_i}{A_c} + \frac{M_{Fi} Y_b}{I_c} + \frac{M_{DL} Y_b}{I_c} < \sigma_{ti} \quad (2.8)$$

Jika mengalami tekan:

$$-\frac{F_i}{A_c} + \frac{M_{Fi} Y_b}{I_c} + \frac{M_{DL} Y_b}{I_c} > \sigma_{ci} \quad (2.9)$$

dimana y_b = jarak garis netral dari serat bawah.

Pada kondisi akhir (setelah kehilangan tegangan) kondisi berikut harus terpenuhi. Pada serat atas jika mengalami tarik:

$$-\frac{F}{A_c} - \frac{M_F Y_t}{I_c} - \frac{M_{TL} Y_t}{I_c} < \sigma_t \quad (2.10)$$

Jika mengalami tekan:

$$-\frac{F}{A_c} - \frac{M_F Y_t}{I_c} - \frac{M_{TL} Y_t}{I_c} > \sigma_c \quad (2.11)$$

dimana: σ_t = tegangan ijin tarik pada kondisi akhir dan σ_c = tegangan ijin tekan pada kondisi akhir.

Pada serat bawah jika mengalami tarik:

$$-\frac{F}{A_c} + \frac{M_F Y_t}{I_c} + \frac{M_{TL} Y_t}{I_c} < \sigma_t \quad (2.12)$$

Jika mengalami tekan:

$$-\frac{F}{A_c} + \frac{M_F Y_t}{I_c} + \frac{M_{TL} Y_t}{I_c} > \sigma_c \quad (2.13)$$

Untuk memperoleh nilai dari gaya prategang, diingat bahwa:

$$r = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \quad (2.14)$$

$$Z_t = \frac{I_c}{Y_t} \quad (2.15)$$

$$Z_b = \frac{I_c}{Y_b} \quad (2.16)$$

1. Gaya prategang berdasarkan kondisi awal

a. Berdasarkan tegangan ijin pada serat atas

Jika persamaan (2.6), dimana tegangan pada serat atas adalah tarik, dikalikan dengan persamaan (2.15) dan memperhatikan persamaan (2.14) dan (2.3) akan menghasilkan:

$$F_i \left(-\beta - \frac{r^2}{y_t} \right) < \sigma_{ti} Z_t + M_{DL} \quad (2.17)$$

Jika $\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right) > 0$ maka pertidaksamaan pada persamaan (2.17) menjadi:

$$F_{imax} = \frac{\sigma_{ti}Z_t + M_{DL}}{\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right)} \quad (2.18)$$

Jika $\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right) < 0$ maka pertidaksamaan pada persamaan (2.17) menjadi:

$$F_{imin} = \frac{\sigma_{ti}Z_t + M_{DL}}{\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right)} \quad (2.19)$$

Hampir sama seperti pada persamaan (2.7), dimana tegangan pada serat atas adalah tekan, maka:

Jika $\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right) > 0$ maka:

$$F_{imin} = \frac{\sigma_{ci}Z_t + M_{DL}}{\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right)} \quad (2.20a)$$

Jika $\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right) < 0$ maka:

$$F_{imax} = \frac{\sigma_{ci}Z_t + M_{DL}}{\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right)} \quad (2.20b)$$

b. Berdasarkan tegangan ijin pada serat bawah

Sebaliknya dari kondisi tegangan pada serat bawah saat transfer pada persamaan (2.8) dikalikan dengan persamaan (2.16) dan menggunakan (2.14) dan (2.3) akan diperoleh sebagai berikut:

Jika $\left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right) > 0$ maka:

$$F_{\text{imax}} = \frac{\sigma_{ti} Z_b - M_{DL}}{\left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right)} \quad (2.21a)$$

Jika $\left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right) < 0$ maka:

$$F_{\text{imin}} = \frac{\sigma_{ti} Z_b - M_{DL}}{\left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right)} \quad (2.21b)$$

Sama seperti pada persamaan (2.9), diperoleh:

Jika $\left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right) > 0$ maka:

$$F_{\text{imin}} = \frac{\sigma_{ti} Z_b - M_{DL}}{\left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right)} \quad (2.22a)$$

Jika $\left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right) < 0$ maka:

$$F_{\text{imax}} = \frac{\sigma_{ti} Z_b - M_{DL}}{\left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right)} \quad (2.22b)$$

2. Gaya prategang berdasarkan kondisi akhir (setelah kehilangan tegangan)

a. Berdasarkan tegangan ijin pada serat atas

Jika persamaan (2.10), dimana tegangan pada serat atas adalah tarik, dikalikan dengan persamaan (2.15) dan memperhatikan persamaan (2.14), (2.4) dan (2.5) akan menghasilkan:

Jika $\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t}\right) > 0$ maka:

$$F_{\text{imax}} = \frac{\sigma_t Z_t + M_{TL}}{\alpha \left(-\beta - \frac{r^2}{y_t} \right)} \quad (2.23a)$$

Jika $\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t} \right) < 0$ maka:

$$F_{\text{imin}} = \frac{\sigma_t Z_t + M_{TL}}{\alpha \left(-\beta - \frac{r^2}{y_t} \right)} \quad (2.23b)$$

Sama dengan persamaan (2.11), diperoleh:

Jika $\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t} \right) > 0$ maka:

$$F_{\text{imin}} = \frac{\sigma_c Z_t + M_{TL}}{\alpha \left(-\beta - \frac{r^2}{y_t} \right)} \quad (2.24a)$$

Jika $\left(-\beta - \frac{r^2}{y_t} \right) < 0$ maka:

$$F_{\text{imax}} = \frac{\sigma_c Z_t + M_{TL}}{\alpha \left(-\beta - \frac{r^2}{y_t} \right)} \quad (2.24b)$$

b. Berdasarkan tegangan ijin pada serat bawah

Sebaliknya dari kondisi tegangan pada serat bawah saat transfer pada persamaan (2.12) dikalikan dengan persamaan (2.16) dan menggunakan (2.14) dan (2.3) akan diperoleh sebagai berikut:

Jika $\left(\beta - \frac{r^2}{y_t} \right) > 0$ maka:

$$F_{\text{imax}} = \frac{\sigma_t Z_b - M_{TL}}{\alpha \left(\beta - \frac{r^2}{y_b} \right)} \quad (2.25a)$$

Jika $\left(\beta - \frac{r^2}{y_t}\right) < 0$ maka:

$$F_{imin} = \frac{\sigma_t Z_b - M_{TL}}{\alpha \left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right)} \quad (2.25b)$$

Sama dengan persamaan (2.13), diperoleh:

Jika $\left(\beta - \frac{r^2}{y_t}\right) > 0$ maka:

$$F_{imin} = \frac{\sigma_t Z_b - M_{TL}}{\alpha \left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right)} \quad (2.26a)$$

Jika $\left(\beta - \frac{r^2}{y_t}\right) < 0$ maka:

$$F_{imax} = \frac{\sigma_t Z_b - M_{TL}}{\alpha \left(\beta - \frac{r^2}{y_b}\right)} \quad (2.26b)$$

Persamaan (2.18) sampai dengan persamaan (2.26) dapat digunakan untuk menentukan rentang jarak antara gaya prategang F_i untuk memenuhi syarat tegangan pada kondisi awal dan akhir (setelah kehilangan tegangan). Perlu dicatat bahwa gaya prategang yang diperoleh memenuhi syarat tegangan pada persamaan (2.6) sampai dengan persamaan (2.13).

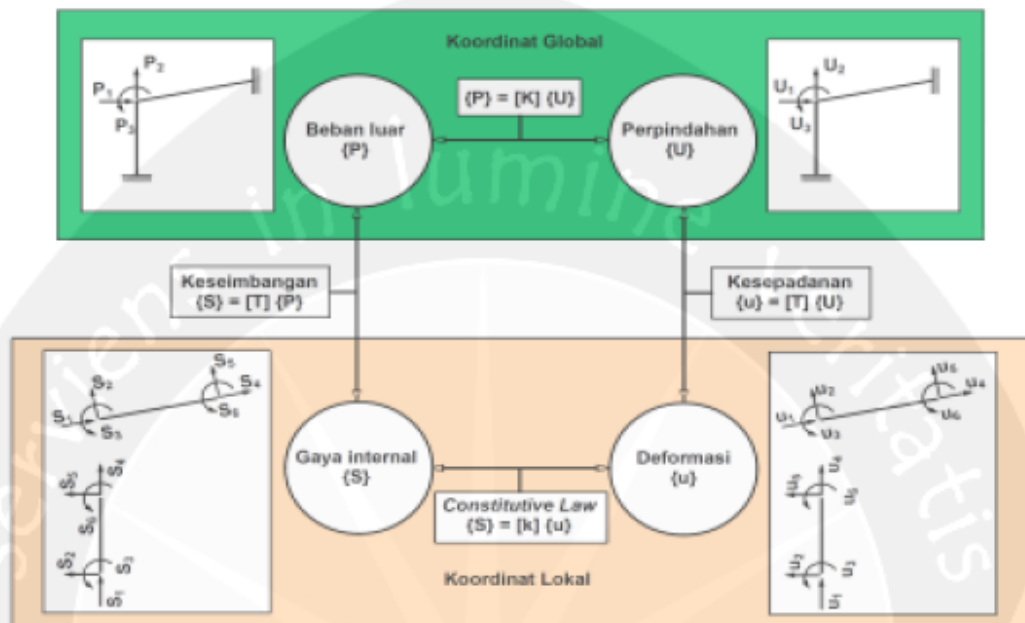
G. Metode Matriks Kekakuan

Dalam analisis struktur dikenal dua metode yaitu metode klasik dan metode matriks. Metode klasik seperti metode *slope deflection*, metode Cross diperuntukkan struktur tertentu dan ditujukan untuk penyelesaian secara manual dengan kalkulator. Metode matriks ada dua yaitu metode fleksibilitas dan metode kekakuan. Perkembangan yang pesat dalam bidang komputer menyebabkan analisa struktur yang mengacu pada metode matriks kekakuan. Hal ini dikarenakan langkah-langkah analisis pada metode matriks kekakuan sangat sistematis dan terpola sehingga mudah diprogram dengan komputer. Dengan metode matriks kekakuan, analisis struktur yang rumit dapat dilakukan dengan mudah dan cepat jika menggunakan bantuan komputer (Arfiadi, 2011).

Secara umum langkah-langkah analisis struktur dengan menggunakan metode matriks kekakuan adalah sebagai berikut:

1. Membentuk matriks kekakuan batang dalam koordinat lokal dan matriks transformasi
2. Membentuk matriks kekakuan batang dalam koordinat global
3. Merakit matriks kekakuan batang dalam koordinat global menjadi matriks kekakuan struktur sesuai dengan vektor tujuan
4. Membuat matriks vektor beban
5. Menghitung perpindahan global
6. Menghitung deformasi dan gaya-gaya batang.

Arfiadi (2013) memberikan hubungan antar variabel dalam analisis struktur metode matriks kekakuan dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Variabel dalam Analisis Struktur Metode Kekakuan

H. Balok Sederhana

Balok sederhana adalah balok yang berada di atas dua tumpuan berupa sendi dan rol. Balok sederhana ini termasuk struktur statis tertentu. Momen akibat beban mati dan beban hidup dapat dihitung dengan rumus:

$$M_{DL} = 1/8 \times q_{DL} \times L^2 \quad (2.27)$$

$$M_T = 1/8 \times q_{DL} + q_{LL} \times L^2 \quad (2.28)$$

dimana:

M_{DL} = momen akibat beban mati

M_T = momen total akibat beban mati dan beban hidup

q_{DL} = beban mati

q_{LL} = beban hidup

L = panjang bentang

Penentuan gaya prategang dilakukan dengan menggunakan metode koefisien momen β dimana nilai β sama dengan eksentrisitas tendon. Dari analisis akan diperoleh batas atas dan batas bawah nilai gaya prategang.

I. Balok Menerus

Balok menerus yang dibahas disini adalah balok yang berada di atas empat tumpuan, di salah satu ujung berupa tumpuan sendi sedangkan tumpuan yang lain adalah rol. Balok ini termasuk struktur statis tak tentu. Pada beton prategang dengan struktur statis tak tentu, gaya prategang menghasilkan momen sekunder sebagai tambahan momen primer sebagai akibat eksentrisitas. Kondisi ini berbeda dengan struktur statis tertentu dimana tidak ada pengaruh momen sekunder dan momen akibat prategang hanya berupa gaya prategang dikali dengan eksentrisitas. Dengan adanya momen sekunder, desain beton prategang menjadi lebih kompleks karena momen sekunder dipengaruhi oleh gaya prategang dan geometri struktur. Metode pengimbangan beban tidak dapat dipergunakan karena lintasan kabel parabolik atau yang lain juga terjadi di atas dukungan menerus balok.

Analisis struktur dilakukan dengan menggunakan metode matriks kekakuan dengan bantuan program komputer MATLAB. Penentuan gaya prategang dilakukan dengan menggunakan metode koefisien momen β . Nilai β diperoleh dari hasil analisis struktur beban ekuivalen akibat gaya prategang. Nilai

β dipengaruhi oleh sudut kelengkungan, lintasan kabel dan eksentrisitas kabel. Dari analisis akan diperoleh batas atas dan batas bawah gaya prategang.

J. Algoritma Genetika

Algoritma genetika merupakan metode pencarian yang disesuaikan dengan proses genetika dari organisme-organisme biologi yang berdasar pada teori evolusi Charles Darwin. Pertama kali dirintis oleh John Holland pada tahun 1960-an, algoritma genetika telah dipelajari, diteliti dan dikembangkan pada berbagai bidang. Menurut Goldberg (1989), mekanisme dari penggunaan algoritma genetika berasal dari teori seleksi alam Charles Darwin dimana hanya populasi yang mempunyai nilai *fitness* yang tinggi yang mampu bertahan, dimana individu yang lebih kuat kemungkinan akan menjadi pemenang dalam lingkungan yang kompetitif dan solusi yang optimal dapat diperoleh dan diwakilkan oleh pemenang akhir dari permainan genetika.

Sebuah solusi yang dibangkitkan dalam algoritma genetika disebut sebagai kromosom, sedangkan kumpulan dari kromosom-kromosom tersebut disebut sebagai populasi. Sebuah kromosom dibentuk dari komponen-komponen penyusun yang disebut sebagai gen dan nilainya dapat berupa bilangan numerik, biner, simbol ataupun karakter tergantung dari permasalahan yang ingin diselesaikan. Kromosom-kromosom tersebut akan berevolusi secara berkelanjutan yang disebut generasi. Dalam tiap generasi kromosom-kromosom tersebut dievaluasi tingkat keberhasilan nilai solusinya terhadap masalah yang ingin diselesaikan (fungsi objektif) menggunakan ukuran yang disebut *fitness*. Untuk

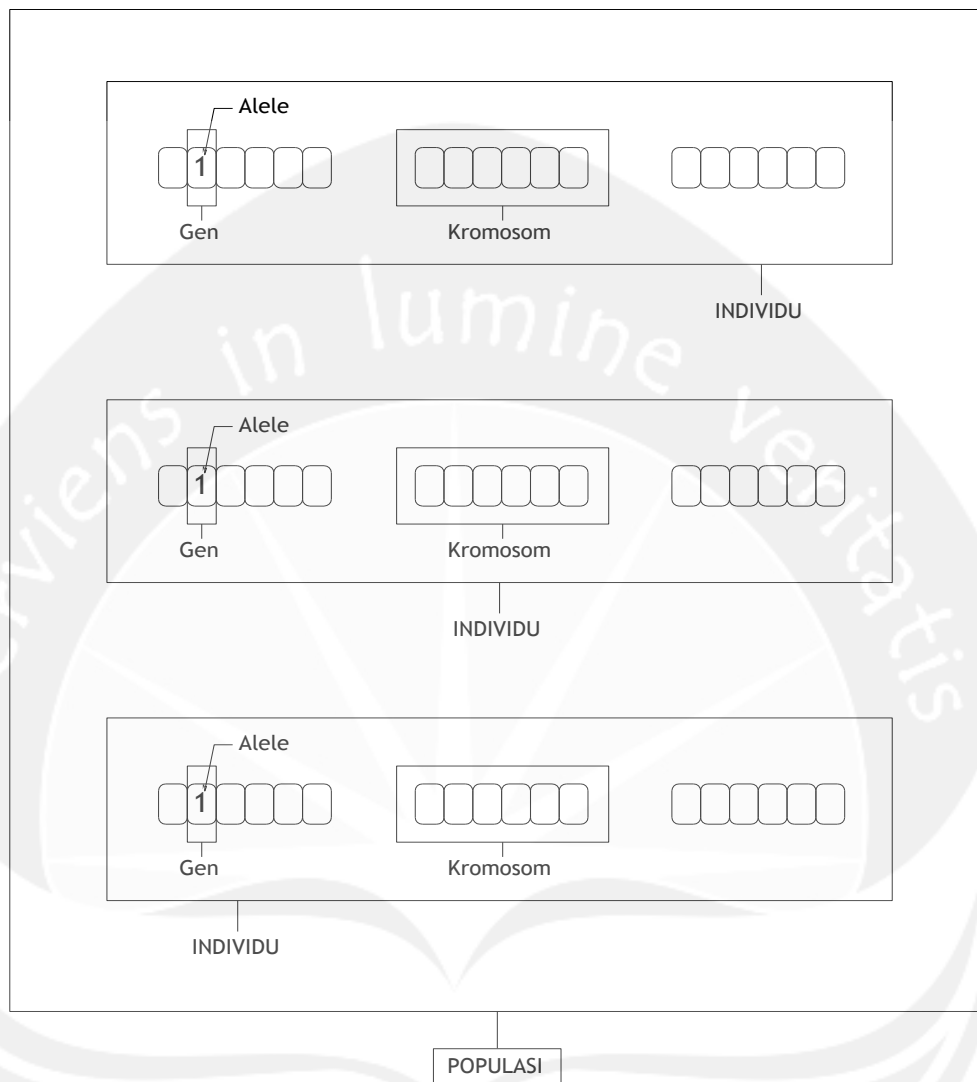
memilih kromosom yang tetap dipertahankan untuk generasi selanjutnya dilakukan proses yang disebut seleksi. Proses seleksi kromosom menggunakan konsep aturan evolusi Darwin yang telah disebutkan sebelumnya yaitu kromosom yang mempunyai nilai *fitness* tinggi akan memiliki peluang lebih besar untuk terpilih lagi pada generasi selanjutnya.

Kromosom-kromosom baru yang disebut *offspring*, dibentuk dengan cara melakukan perkawinan antar kromosom-kromosom dalam satu generasi yang disebut sebagai proses pindah silang (*crossover*). Jumlah kromosom dalam populasi yang mengalami proses *cross over* ditentukan oleh parameter yang disebut *crossover rate*. Mekanisme perubahan susunan unsur penyusun makhluk hidup akibat adanya faktor alam yang disebut dengan mutasi direpresentasikan sebagai proses berubahnya satu atau lebih nilai gen dalam kromosom dengan suatu nilai acak. Jumlah gen dalam populasi yang mengalami mutasi ditentukan oleh parameter yang dinamakan *mutation rate*. Setelah beberapa generasi akan dihasilkan kromosom-kromosom yang nilai gen-gennya konvergen ke suatu nilai tertentu yang merupakan solusi terbaik yang dihasilkan oleh algoritma genetika terhadap permasalahan yang ingin diselesaikan.

Beberapa definisi dalam algoritma genetika adalah sebagai berikut:

1. Gen yaitu sebuah nilai yang menyatakan satuan dasar yang membentuk arti tertentu. Dalam algoritma genetika, gen ini dapat berupa nilai biner, integer, karakter maupun kombinasi.
2. Alele yaitu nilai dari gen.

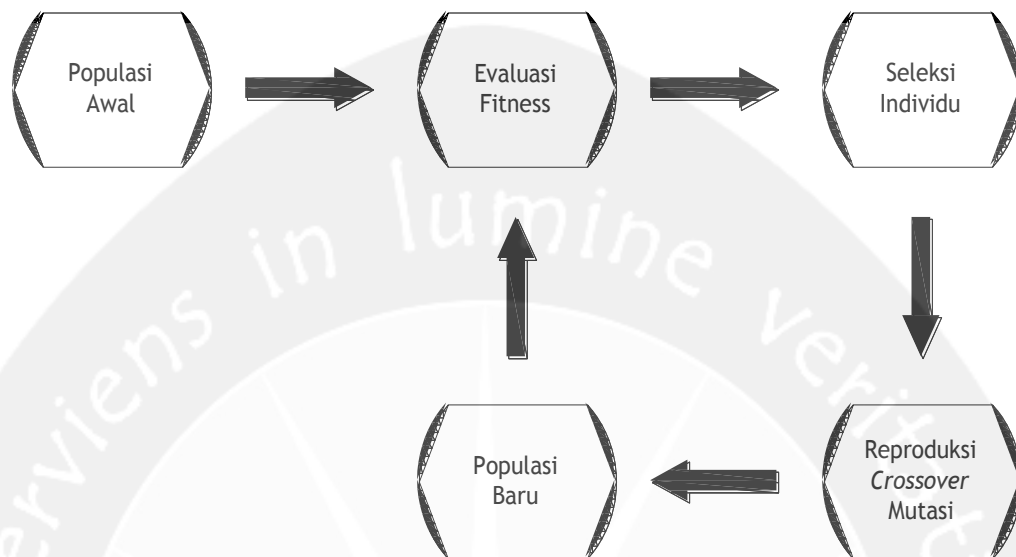
3. Kromosom merupakan gabungan gen-gen yang membentuk nilai tertentu.
4. Individu menyatakan satu nilai atau keadaan yang menyatakan salah satu solusi yang mungkin dari permasalahan yang diangkat. Dalam beberapa masalah yang dapat dipecahkan dengan algoritma genetika, individu juga dapat merupakan kromosom itu sendiri.
5. Populasi merupakan sekumpulan individu yang akan diproses bersama dalam satu siklus proses evolusi.
6. Generasi menyatakan satu siklus proses evolusi atau satu iterasi di dalam algoritma genetika.



Gambar 2.2 Ilustrasi Alele, Gen, Kromosom dan Individu

Dalam suatu masalah optimasi, dikenal fungsi objektif atau fungsi tujuan yang merupakan fungsi pengevaluasi atau fungsi yang ingin dioptimalkan. Dalam algoritma genetika, fungsi tersebut dinamakan fungsi *fitness*. Masing-masing individu memiliki nilai *fitness* tertentu.

Secara sederhana siklus algoritma genetika dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Siklus Algoritma Genetika

Struktur umum dari suatu sistem algoritma genetika dapat diselesaikan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membangkitkan populasi awal. Populasi awal ini dibangkitkan secara random sehingga didapatkan solusi awal. Populasi itu sendiri terdiri dari sejumlah kromosom yang merepresentasikan solusi yang diinginkan.
2. Membentuk generasi baru. Dalam membentuk digunakan tiga operator yaitu operator reproduksi/seleksi, pindah silang dan mutasi. Proses ini dilakukan berulang-ulang sehingga didapatkan jumlah kromosom yang cukup untuk membentuk generasi baru dimana generasi baru ini merupakan representasi dari solusi baru.

3. Evaluasi solusi. Proses ini akan mengevaluasi setiap populasi dengan menghitung nilai *fitness* setiap kromosom dan mengevaluasinya sampai terpenuhi kriteria berhenti. Bila kriteria tertentu belum dipenuhi maka akan dibentuk lagi generasi baru dengan mengulangi langkah 2. Beberapa kriteria berhenti yang sering digunakan antara lain:

- a. Berhenti pada generasi tertentu.
- b. Berhenti setelah dalam generasi berturut-turut didapatkan nilai *fitness* tertinggi tidak berubah.

Berhenti bila dalam n generasi berikut tidak didapatkan nilai *fitness* yang lebih tinggi.

Variabel dan parameter yang digunakan dalam algoritma genetika adalah:

1. Fungsi *fitness* (fungsi objektif/tujuan) yang dimiliki oleh masing-masing individu untuk menentukan tingkat kesesuaian individu tersebut dengan kriteria yang ingin dicapai.
2. Populasi jumlah individu yang dilibatkan pada setiap generasi.
3. Probabilitas terjadinya pindah silang (*crossover*) pada suatu generasi.
4. Probabilitas terjadinya mutasi pada setiap individu.
5. Jumlah generasi yang akan dibentuk yang menentukan lama penerapan algoritma genetika.

1. Pembentukan populasi awal

Langkah awal dari algoritma genetika adalah menentukan representasi gen dan kromosom dari populasi. Teknik yang digunakan untuk menyatakan populasi awal sebagai calon solusi untuk masalah optimasi adalah pengkodean. Metode pengkodean dapat diklasifikasikan sebagai berikut:

a. Pengkodean biner.

Gen dalam kromosom bernilai 0 dan 1. Pengkodean biner memberikan banyak kemungkinan untuk kromosom walaupun dengan jumlah nilai-nilai yang mungkin terjadi pada suatu gen yang sedikit.

b. Pengkodean bilangan real.

Merupakan suatu pengkodean bilangan dalam bentuk real. Gen dalam kromosom bernilai bilangan bulat antara 1 sampai dengan 9.

c. Pengkodean bilangan bulat.

Adalah metode yang mengkodekan bilangan dalam bentuk bilangan bulat.

d. Pengkodean struktur data.

Merupakan model pengkodean yang menggunakan struktur data.

2. Evaluasi fungsi *fitness*

Fungsi *fitness* merupakan dasar untuk proses seleksi. Setelah populasi awal terbentuk, maka selanjutnya adalah mengevaluasi populasi tersebut dengan suatu fungsi *fitness*. Nilai *fitness* menyatakan seberapa

baik nilai dari suatu kromosom (individu) atau solusi yang didapat. Nilai ini akan menjadi acuan dalam mencapai nilai optimal dalam algoritma genetika. Di dalam evolusi alam, individu yang bernilai *fitness* tinggi yang akan bertahan hidup, sementara individu bernilai *fitness* rendah tidak akan bertahan. Penentuan fungsi *fitness* biasanya disesuaikan dengan kondisi permasalahan.

Pada masalah optimasi, jika solusi yang dicari adalah memaksimalkan sebuah fungsi h , maka nilai *fitness* yang digunakan adalah nilai dari fungsi h tersebut yakni $f=h$ (dimana f adalah nilai *fitness*). Namun jika yang solusi yang diinginkan meminimalkan fungsi h , maka fungsi h tidak bisa digunakan secara langsung. Hal ini disebabkan adanya aturan bahwa individu yang memiliki nilai *fitness* tinggi lebih mampu bertahan hidup pada generasi berikutnya. Oleh karena itu nilai *fitness* yang digunakan adalah $f=1/h$, yang artinya semakin kecil nilai h , semakin besar nilai f .

3. Seleksi

Setelah membentuk populasi awal dan menentukan fungsi *fitness*, maka langkah selanjutnya adalah melakukan seleksi pada populasi tersebut. Seleksi merupakan proses untuk menentukan individu mana saja yang akan dipilih untuk dilakukan rekombinasi dan bagaimana keturunan terbentuk dari individu-individu terpilih tersebut. Alat yang biasa digunakan adalah fungsi *fitness*.

Individu yang terpilih atau terseleksi adalah individu dengan nilai *fitness* terbaik. Hal itu karena diharapkan dari individu yang baik akan didapatkan keturunan yang baik bahkan lebih baik dari individu tersebut sesuai dengan prinsip evolusi biologi. Metode untuk memilih kromosom yang sering digunakan antara lain adalah seleksi roda rolet (*roulette wheel selection*), seleksi rangking (*rank selection*) dan seleksi turnamen. Metode yang sering digunakan adalah seleksi roda rolet. Pada seleksi ini, orang tua dipilih berdasarkan *fitness* mereka. Lebih baik kualitas suatu kromosom, lebih besar peluangnya untuk terpilih. Probabilitas suatu individu terpilih untuk *crossover* sebanding dengan *fitness*-nya. Cara penyelesaian ini merupakan peniruan dari permainan roda rolet.

4. Pindah silang (*Crossover*)

Pindah silang adalah operator dari algoritma genetika yang melibatkan dua kromosom orang tua untuk membentuk kromosom baru (reproduksi). Prinsip pindah silang ini adalah melakukan operasi (pertukaran, aritmatika) pada gen-gen yang bersesuaian dari dua induk untuk menghasilkan individu baru. Kemungkinan suatu kromosom mengalami proses pindah silang didasarkan pada probabilitas pindah silang yang telah ditentukan. Probabilitas pindah silang menyatakan peluang suatu kromosom mengalami pindah silang. Proses pindah silang ini akan menghasilkan populasi kromosom anak (*offspring*).

Macam-macam proses pindah silang yang banyak digunakan antara lain:

- pertukaran gen secara langsung, dimana gen kromosom keturunan sebagian disalin dari kromosom orang tua pertama sedangkan sebagian lain dari kromosom orang tua kedua.
- pertukaran gen secara aritmatika, dimana kromosom keturunan menyalin secara acak gen dari kedua orang tuanya.



Gambar 2.4. Proses Pindah Silang (*Crossover*)

5. Mutasi

Mutasi adalah proses mengubah nilai dari satu atau beberapa gen dalam suatu kromosom. Proses mutasi dalam sistem biologi berlangsung dengan mengubah isi alele gen dengan alele yang lain. Misalnya pada pengkodean biner gen yang alelennya bernilai 0 mengalami mutasi menjadi

1. Proses mutasi ini bersifat acak sehingga tidak selalu menjamin bahwa setelah proses mutasi akan diperoleh kromosom dengan *fitness* yang lebih baik. Banyaknya kromosom yang akan mengalami mutasi dihitung berdasarkan probabilitas mutasi yang telah ditentukan terlebih dahulu. Jika probabilitas mutasi terlalu kecil, akan banyak gen yang sebenarnya bermanfaat tetapi tidak pernah diuji seleksi. Namun jika probabilitas

mutasi terlalu tinggi akan terjadi *random perturbation*, yang berakibat *offspring* mulai kehilangan kemiripan dengan orangtuanya.



Gambar 2.5 Proses Mutasi

6. Parameter Genetik

Untuk melaksanakan operasi algoritma genetika dibutuhkan empat parameter yaitu:

a. Probabilitas pindah silang (*crossover probability*)

Menunjukkan kemungkinan *crossover* terjadi antara dua kromosom. Jika tidak terjadi *crossover* maka keturunannya akan sama persis dengan kromosom orang tua, tetapi tidak berarti generasi yang baru akan sama persis dengan generasi yang lama. Jika probabilitas pindah silang 100% maka semua keturunannya dihasilkan dari *crossover*. *Crossover* dilakukan dengan harapan bahwa kromosom yang baru akan lebih baik.

b. Probabilitas mutasi (*mutation rate/mutatin probability*)

Menunjukkan kemungkinan mutasi terjadi pada gen-gen yang menyusun sebuah kromosom. Jika tidak terjadi mutasi maka keturunan yang dihasilkan setelah *crossover* tidak berubah. Jika terjadi mutasi bagian kromosom akan berubah. Jika probabilitas mutasi 100% semua

kromosom dimutasi. Jika probabilitas mutasi 0% tidak ada yang mengalami mutasi.

c. Jumlah individu

Menunjukkan jumlah kromosom yang terdapat dalam populasi (dalam satu generasi). Jika hanya sedikit kromosom dalam populasi maka algoritma genetika akan mempunyai sedikit variasi kemungkinan untuk melakukan *crossover* antara orang tua karena sebagian kecil yang tersedia. Sebaliknya jika terlalu banyak maka algoritma genetika akan berjalan lambat.

d. Jumlah populasi

Menentukan jumlah populasi atau banyaknya generasi yang dihasilkan. Digunakan sebagai batas akhir proses seleksi, pindah silang dan mutasi.

K. Algoritma Genetika Real (RCGA / *Real Coded Genetic Algortihm*)

Pada awal perkembangan algoritma genetika , individu sebagai variabel desain dinyatakan dengan menggunakan *string* bernilai 0 dan 1. *String* tersebut selanjutnya dapat dikonversi menjadi bilangan *real*. Panjang *string* mewakili batas atas dan bawah dari angka yang didefenisikan. Selanjutnya, panjang *string* menjadi rentang bilangan *real*. Oleh karena itu, dalam desain batas atas dan batas bawah dari variabel desain ditentukan terlebih dahulu. Keterbatasan penggunaan BCGA (*Binary Coded Genetic Algortihm*) adalah panjang *string* harus ditentukan terlebih dahulu. Untuk permasalahan dengan batas atas dan batas bawah variabel

desain yang telah diketahui, maka penggunaan BCGA merupakan pilihan tepat (Arfiadi, 2013).

RCGA memulai pencarian solusi optimum dengan membangkitkan populasi awal secara acak. Setiap individu dalam populasi mengalami evolusi genetik melalui proses *crossover* dan mutasi. Populasi baru akan terbentuk sesuai dengan individu sebelumnya melalui proses seleksi. Proses seleksi dilakukan berdasarkan nilai *fitness* dari tiap individu. Individu dengan nilai *fitness* terbaik akan menjadi individu yang akan mengalami proses evolusi dalam iterasi selanjutnya (Arfiadi, 2001).

Optimasi ukuran penampang beton prategang pada balok sederhana dan balok menerus dilakukan dengan menggunakan algoritma genetika *real*. Arfiadi (2011) memberikan proses evolusi yang dilakukan pada algoritma genetika *real* untuk memperoleh solusi optimum. Misalnya sebuah individu awal dengan empat variabel desain, maka empat angka acak akan dibentuk seperti pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Individu dengan Empat Variabel Desain pada RCGA

Proses *crossover* dan mutasi yang dilakukan sebagai berikut. Untuk individu G1 dan G2 yang mengalami *crossover*, akan menghasilkan *offspring* G1' dan G2' dengan '*balanced crossover*' sebagai berikut

$$G_1' = a (G_1 - G_2) + G_1$$

$$G_2' = a (G_1 - G_2) + G_2$$