

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Bab 2 berisi tentang studi pustaka yang dilakukan untuk mendapatkan gambaran tentang metode yang tepat untuk mengatasi permasalahan yang dihadapi, serta dasar-dasar teori yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan.

2.1. Tinjauan Pustaka

Sebelum melakukan penelitian ini, dilakukan tinjauan pustaka untuk mengetahui penelitian-penelitian yang telah dilakukan sebelumnya yang berkaitan dan berhubungan dengan penelitian ini. Terdapat beberapa penelitian terdahulu yang telah dilakukan sehubungan dengan analisis pemilihan *supplier*, makadari itu perlu dilakukan peninjauan terhadap penelitian terdahulu supaya dapat dipastikan bahwa penelitian ini tidak sama dengan penelitian terdahulu dan ataukah penelitian ini merupakan pengembangan dari penelitian terdahulu.

Penelitian sekarang mengangkat topik tentang pemilihan *supplier* biji plastik. Pemilihan *supplier* yang baik menjadi sangat krusial dan dapat membantu sebuah perusahaan lebih berfokus pada pengembangan kompetensi inti perusahaan, mampu mereduksi biaya, mampu meningkatkan pelayanan kepada pelanggan, efisiensi operasi, dan lain-lain (Ayhan, 2013). Hal ini dikarenakan kualitas produk jadi sangat dipengaruhi oleh performansi dari *supplier* itu sendiri, serta biaya bahan baku yang dapat mencapai 70% dari total biaya produksi (Ayhan, 2013).

Selama beberapa tahun terakhir, beberapa metode telah dikembangkan untuk memecahkan masalah pemilihan *supplier* (Sivrikaya, Kaya, Dursun, & Çebi, 2015). Pemilihan *supplier* merupakan masalah *Multi-Criteria Decision Making* (MCDM), makadari itu metode yang paling banyak digunakan adalah metode-metode MCDM seperti *Analytic Hierarchy Process* (AHP) (Hwang dkk., 2005; Luzon & El-Sayegh, 2016; Milind & Sharma, 2016; Özkan dkk., 2011; Pi & Low, 2006; Punniyamoorthy dkk., 2012; Rajesh & Malliga, 2013; Tahriri dkk., 2008), *Fuzzy AHP* (FAHP) (Ayhan, 2013; Banaeian dkk., 2015; Hwang et al., 2005; Jain dkk., 2016; Wang dkk., 2008), *Analytic Network Process* (ANP) (Zhang dkk., 2016), *TOPSIS* (Jain et al., 2016), dan

Fuzzy TOPSIS (Lima Junior dkk., 2014) yang diaplikasikan pada penelitian mereka masing-masing.

Untuk menggunakan metode-metode yang telah disebutkan, diperlukan kriteria-kriteria yang mendukung suatu perusahaan tersebut sebagai dasar perhitungan dari pembobotan serta perankingan dalam pemilihan *supplier*. Lebih dari 90% penelitian pendahulu menggunakan penelitian Dickson (1966) sebagai acuan dalam penentuan kriteria guna membentuk struktur hirarki dari permasalahan penelitian mereka masing-masing. Dickson merupakan peneliti pertama yang melakukan penelitian untuk menentukan, mengetahui dan menganalisis kriteria-kriteria yang digunakan oleh perusahaan dalam memilih *supplier* (Weber dkk., 1991). Dalam penelitiannya, Dickson mengirimkan kuesioner ke 273 *staff-staff* dan manajer-manajer pembelian yang tersebar di Amerika. Dengan total 170 responden yang memberikan tanggapan, didapatkan 23 kriteria utama yang digunakan oleh manajer pembelian dalam memilih *supplier* (Weber et al., 1991). Ke-23 kriteria tersebut berdasarkan urutan tingkat kepentingannya dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1. 23 Kriteria Utama dalam Pemilihan Supplier Menurut Dickson

Ranking	Kriteria Pemilihan <i>Supplier</i>	Ranking	Kriteria Pemilihan <i>Supplier</i>
1	Kualitas	13	Manajemen dan Organisasi
2	Pengiriman	14	Kontrol Operasi
3	Sejarah Performansi	15	Layanan Perbaikan
4	Kebijakan Klaim dan Jaminan	16	Sikap
5	Fasilitas dan Kapasitas Produksi	17	Kesan
6	Harga	18	Kemampuan Pengemasan
7	Kapabilitas Teknis	19	Hubungan dengan Buruh
8	Posisi Finansial	20	Lokasi Geografis
9	Sistem Komunikasi	21	Nilai Bisnis Terdahulu
10	Kepatuhan Terhadap Prosedur	22	Training Aids
11	Posisi dan Reputasi di Industri	23	Hubungan Timbal Balik
12	Keinginan Berbisnis		

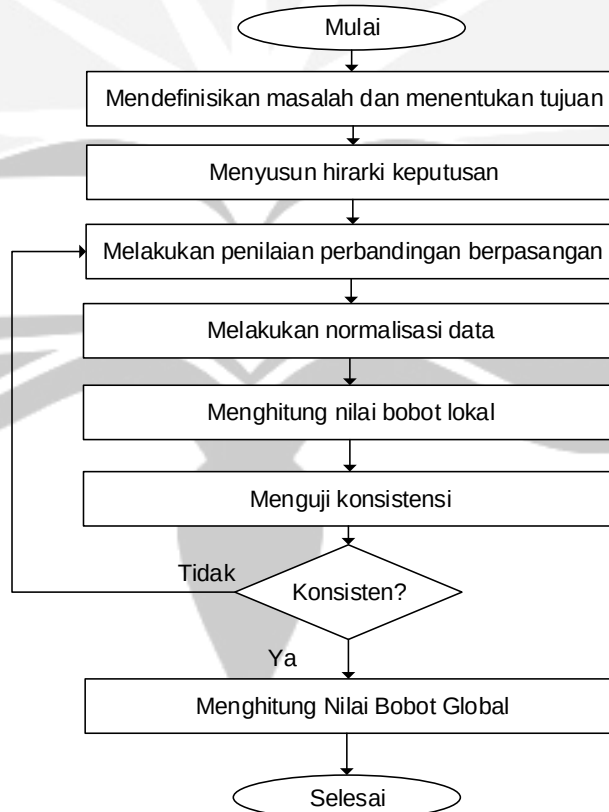
2.2. Analytic Hierarchy Process (AHP)

2.2.1. Gambaran Umum Metode AHP

Analytic Hierarchy Process (AHP) merupakan salah satu metode dalam pengambilan keputusan multikriteria (MCDM) yang dapat digunakan untuk mencari solusi dari suatu permasalahan yang kompleks dan dapat membantu pengambil keputusan dalam menentukan prioritas dan memilih pilihan yang terbaik (Saaty, 1980). AHP membantu menangkap aspek subjektivitas dan objektivitas secara bersamaan dari sebuah keputusan, karena input utama dari metode AHP adalah persepsi manusia (Permadi B., 1992). Salah satu kelebihan metode AHP adalah kemampuannya untuk memeriksa konsistensi dari evaluasi/penilaian yang diberikan oleh pengambil keputusan, sehingga dapat mengurangi bias pada saat proses pengambilan keputusan (Saaty, 1980).

2.2.2. Langkah-Langkah dalam Metode AHP

Langkah-langkah dalam penggunaan metode AHP dapat dilihat pada gambar 2.1.



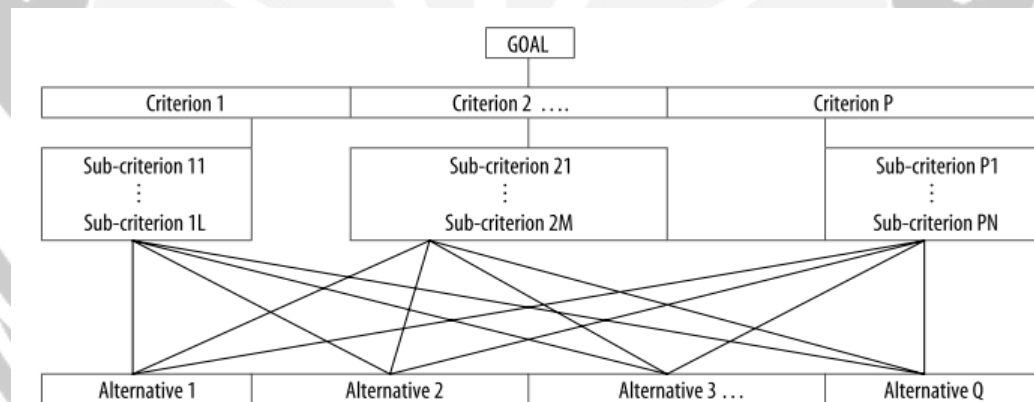
Gambar 2.1. Langkah-Langkah dalam Metode AHP

a. Mendefinisikan Masalah dan Menentukan Tujuan

Langkah pertama dalam metode AHP adalah mendefinisikan masalah. Dengan mengetahui pokok permasalahan yang dihadapi maka dapat dengan mudah menentukan tujuan/*goal* yang ingin dicapai. Tujuan berdasarkan masalah harus dinyatakan secara jelas (Lee, 2010). Tujuan yang didapatkan akan digunakan sebagai puncak dari model struktur hirarki pada tahapan selanjutnya.

b. Menyusun Hirarki Keputusan

Langkah ini bertujuan untuk mendapatkan model struktur hirarki berdasarkan masalah yang diketahui. Penyusunan permasalahan dalam bentuk hirarki menjadi sebuah proses fundamental dalam metode AHP. Hirarki digunakan sebagai alat untuk mengatasi keragaman serta memecahkan dan menyederhanakan sebuah permasalahan yang kompleks (Saaty, 1980). Struktur hirarki yang umum dari suatu masalah terdiri dari 4 level yaitu tujuan, kriteria, sub-kriteria, dan alternatif (Pearson, 2004). Empat level hirarki dapat dilihat pada gambar 2.2.



Gambar 2.2. Contoh Struktur Hirarki Umum (Pearson, 2004)

c. Melakukan Penilaian Perbandingan Berpasangan

Langkah selanjutnya adalah melakukan penilaian perbandingan berpasangan. Penilaian perbandingan berpasangan dilakukan antar elemen dalam satu kluster yang sama. Tujuan dari dilakukannya perbandingan berpasangan adalah untuk mengetahui tingkat kepentingan relatif dari kriteria dan sub-kriteria dengan menggunakan skala numerik 9 nilai yang dikembangkan oleh Saaty (Tahriri et al., 2008). Skala numerik tersebut dapat dilihat pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2. Skala Numerik Penilaian Perbandingan Berpasangan

Nilai dari a_{jk}	Interpretasi
1	J dan k sama pentingnya
3	J sedikit lebih penting dari k
5	J lebih penting dari k
7	J sangat lebih penting dari k
9	J lebih penting secara absolut dibandingkan k
2,4,6,8	Nilai kompromi

Setelah penilaian perbandingan berpasangan telah selesai dilakukan, nilai yang didapatkan dimasukkan dalam sebuah matriks kotak berukuran $n \times n$. Bentuk matriks perbandingan berpasangan tersebut dapat dilihat pada gambar 2.3.

C	A_j	A_k	$\dots$	A_n
A_j	1	a_{jk}	$\dots$	a_{jn}
A_k	a_{kj}	1	$\dots$	a_{kn}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
A_n	a_{nj}	a_{nk}	$\dots$	1

Gambar 2.3. Matriks Penilaian Perbandingan Berpasangan

Apabila terdapat lebih dari 1 *Expert* dalam melakukan penilaian perbandingan berpasangan, maka nilai-nilai *Expert* tersebut wajib untuk digabungkan agar didapatkan nilai rata-ratanya dengan menggunakan *Geometric Mean*. Secara matematis formulasi *Geometric Mean* dituliskan sebagai berikut (Saaty, 1994):

$$\mu_{jk} = \sqrt[n]{a_{jk}^1 a_{jk}^2 \dots a_{jk}^n} \quad (2.1)$$

dimana:

μ_{ij} = *Geometric Mean* baris ke-i kolom ke-j

n = jumlah *Expert*

d. Normalisasi Data

Ketika matriks A sudah terbentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan normalisasi data dari matriks A. Normalisasi data dilakukan dengan cara membagi setiap nilai dalam matriks perbandingan berpasangan dengan nilai total dari kolom yang bersangkutan. Normalisasi data dapat dilakukan dengan rumus matematis berikut (Saaty, 1980):

$$\bar{A}_{jk} = \frac{a_{jk}}{\sum_{i=1}^n a_{jk}} \quad (2.2)$$

dimana:

$\bar{A}_{jk}$ = hasil pembagian nilai baris ke-i kolom ke-j dengan total nilai kolom ke-j

a_{jk} = nilai perbandingan berpasangan baris ke-i kolom ke-j

$\sum_{i=1}^n a_{jk}$ = total nilai perbandingan berpasangan kolom ke-j

e. Menghitung Nilai Bobot Lokal

Nilai dari bobot lokal dapat dicari dengan menghitung *Eigenvector* dan *Eigenvalue*. *Eigenvector* merepresentasikan dominansi suatu kriteria dalam bentuk bobot rasio, sedangkan *Eigenvalue* adalah suatu nilai yang merepresentasikan pengaruh suatu kriteria terhadap karakteristik dari matriks yang bersangkutan. *Eigenvector* dapat dicari dengan mencari rata-rata dari setiap baris dari matriks A dengan menggunakan persamaan berikut (Saaty, 1980):

$$w_j = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{A}_{jk}}{m} \quad (2.3)$$

dimana:

w_j = *Eigenvector* (Nilai Bobot Lokal) dari elemen j

$\bar{A}_{jk}$ = Jumlah dari normalisasi data pada kolom-j

m = Jumlah elemen dalam satu matriks

sedangkan *Eigenvalue* dapat dicari dengan persamaan:

$$A \cdot w = \lambda \cdot w \quad (2.4)$$

dimana:

A = Matriks perbandingan berpasangan

w = *Eigenvector*

λ = *Eigenvalue*

f. Menguji Konsistensi

Pengujian konsistensi dilakukan untuk memastikan bahwa penilaian dari para *Expert* sudah konsisten atau belum (Lee, 2010). Pengujian konsistensi dilakukan dengan mencari nilai *Consistency Ratio* (CR). Secara umum, penilaian dari *Expert* dikatakan konsisten apabila memenuhi $0 \leq CR < 0.1$. Nilai CR dapat dicari dengan menggunakan persamaan berikut:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (2.5)$$

dimana:

CR = *Consistency Ratio*

CI = *Consistency Index*

RI = *Random Index*

Nilai *Consistency Index* dapat dicari menggunakan persamaan berikut:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (2.6)$$

dimana:

CI = *Consistency Index*/ Indeks konsistensi

$\lambda_{\max}$ = *Eigenvalue* maksimum

n = Ordo matriks

Nilai *Eigenvalue* maksimum dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\lambda_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda}{n} \quad (2.7)$$

dimana:

$\lambda_{\max}$ = *Eigenvalue* maksimum

$\sum_{i=1}^n \lambda$ = Jumlah dari *eigenvalue*

n = Ordo Matriks

Sedangkan, nilai rata-rata *Random Consistency Index* (RI) menurut Saaty (1994) dapat dilihat pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3. Nilai *Random Consistency Index* (RI)

Ordo Matriks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

g. Menghitung Nilai Bobot Global

Pada langkah terakhir dilakukan perhitungan nilai bobot global dari alternatif. Nilai bobot global dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut (Lee, 2010):

$$w_i^s = \sum_{j=1}^m w_{ij}^s w_j, i = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

dimana:

w_i^s = Bobot total dari alternatif i

w_{ij}^s = Bobot dari alternatif i terhadap atribut j

w_j = Bobot dari atribut j

n = Ordo Matriks

h. Mengurutkan Prioritas Alternatif

Langkah terakhir adalah melakukan pengurutan prioritas alternatif berdasarkan bobot global mulai dari alternatif dengan nilai bobot global tertinggi hingga terendah.

2.3. *Fuzzy Analytic Hierarchy Process* (FAHP)

2.3.1. Teori Fuzzy

Teori *Fuzzy* dirancang untuk memodelkan ketidakpastian, ketidaktepatan, dan ketidakjelasan dari persepsi manusia (Lee, 2010). Teori *Fuzzy* diperkenalkan oleh Zadeh pada tahun 1964. Teori *Fuzzy* pada dasarnya adalah sebuah teori yang mengelompokkan data-data dalam suatu himpunan-himpunan dengan batas-batas yang kabur (Lee, 2010). Secara umum, himpunan-himpunan *Fuzzy* didefinisikan sebagai fungsi dari keanggotaan. Himpunan *Fuzzy* mewakili kelas dari setiap elemen x dari X yang memiliki keanggotaan parsial ke A . Keanggotaan suatu elemen pada suatu himpunan tertentu didefinisikan dengan interval nilai antara 0 dan 1. Sebuah elemen x adalah benar anggota dari himpunan A jika $\mu_A(x) = 1$ dan bukan anggota dari himpunan A jika $\mu_A(x) = 0$. (Lee, 2010).

2.3.2. Triangular Fuzzy Number (TFN)

Triangular Fuzzy Number ($\tilde{M}$) merupakan bilangan *fuzzy* spesial yang keanggotaannya didefinisikan dengan tiga bilangan jelas, yang dinyatakan dalam (l, m, u) dengan l merupakan nilai bawah (lower), m nilai tengah (middle) sedangkan u nilai atas (upper) (Chang, 1996). Nilai keanggotaan *Triangular Fuzzy Number* dapat dinyatakan sebagai berikut (Chang, 1996):

$$\mu_M(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l}, & x \in [l, m], \\ \frac{m-x}{m-u}, & x \in [m, u], \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2.9)$$

Jika terdapat dua *Triangular Fuzzy Number* M_1 dan M_2 dimana $M_1 = (l_1, m_1, u_1)$ dan $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$, maka berlaku (Chang, 1996) :

$$M_1 + M_2 = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2) \quad (2.10)$$

$$M_1 - M_2 = (l_1 - l_2, m_1 - m_2, u_1 - u_2) \quad (2.11)$$

$$M_1 * M_2 = (l_1 * l_2, m_1 * m_2, u_1 * u_2) \quad (2.12)$$

$$\lambda * M_1 = (\lambda * l_1, \lambda * m_1, \lambda * u_1) \quad (2.13)$$

$$M_1^{-1} = (1/u_1, 1/m_1, 1/l_1) \quad (2.14)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{l_1}{u_2}, \frac{m_1}{m_2}, \frac{u_1}{l_2} \right) \quad (2.15)$$

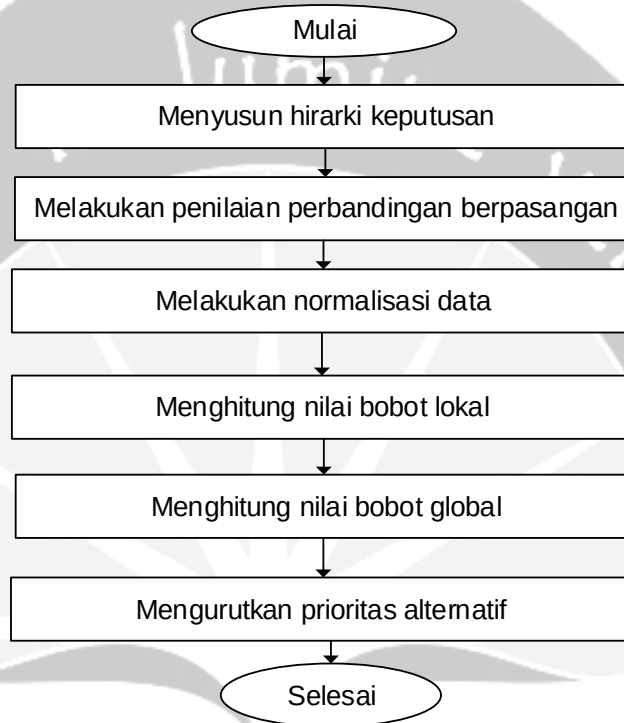
2.3.3. Gambaran umum metode FAHP

Metode FAHP merupakan gabungan dari metode AHP dan logika *Fuzzy*. Metode FAHP digunakan untuk meminimalisir ketidakjelasan, ketidakpastian, dan ketidaktepatan subjektivitas yang dihasilkan oleh metode AHP (Lee, 2010). *Fuzzy AHP* pertama kali diperkenalkan oleh van Laarhoven dan Pedrycz tahun 1983 yang menjelaskan fungsi keanggotaan *triangular* pada penilaian perbandingan berpasangan. Buckley lalu mengembangkannya dengan menentukan prioritas rasio perbandingan *fuzzy* yang memiliki fungsi keanggotaan secara *trapezoidal*, serta mengembangkan metode *geometric mean* untuk menghitung bobot *fuzzy* pada tahun 1983. Pada tahun 1996 Chang mengembangkan beberapa metode baru terkait dengan penggunaan dari *triangular fuzzy number* pada penilaian

perbandingan berpasangan (Ayhan, 2013). Wang pada tahun 2008 mengubah formula normalisasi dari pembobotan satu set *fuzzy triangular* (Wang et al., 2008).

2.3.4. Langkah-Langkah Metode FAHP

Langkah-langkah FAHP sama dengan AHP dan dapat dilihat pada gambar 2.4.



Gambar 2.4. Langkah-Langkah Metode *Fuzzy Analytic Hierarchy Process*

a. Menyusun model struktur hierarki

Penyusunan model struktur hierarki pada metode FAHP sama dengan proses penyusunan struktur hirarki pada metode AHP.

b. Melakukan penilaian perbandingan berpasangan

Setelah struktur terbentuk, langkah selanjutnya adalah melakukan penilaian perbandingan berpasangan. Berbeda dengan AHP, pada FAHP penilaian perbandingan berpasangan dilakukan dengan menggunakan nilai *Triangular Fuzzy Numbers* (TFN). Nilai perbandingan berpasangan dengan *Triangular Fuzzy Numbers* (TFN) ini merepresentasikan skala Saaty sesuai dengan tingkat kepentingannya sebagai berikut:

$$\tilde{1} = (1,1,1) \quad (2.16)$$

$$\tilde{x} = (x - 1, x, x + 1) ; \forall x = 2,3 \dots, 8 \quad (2.17)$$

$$\tilde{9} = (9,9,9) \quad (2.18)$$

Nilai derajat kepentingan dari *Triangular Fuzzy Number* (Huang et al., 2014) dapat dilihat pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4. Nilai Derajat Kepentingan dan *Triangular Fuzzy Number*

Nilai Derajat Kepentingan	Keterangan	Triangular Fuzzy Number	Reciprocal of Triangular Fuzzy Number
1	Kedua elemen sama pentingnya	(1,1,1)	(1,1,1)
3	Salah satu sedikit lebih penting daripada yang lainnya.	(2,3,4)	(1/4, 1/3 , 1/2)
5	Salah satu lebih penting daripada yang lainnya,	(4,5,6)	(1/6, 1/5 , 1/4)
7	Salah satu jauh lebih penting daripada yang lainnya.	(6,7,8)	(1/8, 1/7 , 1/6)
9	Salah satu merupakan yang terpenting dan tidak dapat dibandingkan.	(9,9,9)	(1/9, 1/9 , 1/9)
2,4,6,8	Nilai-nilai diantara kedua derajat kepentingan yang berdekatan	(1,2,3), (3,4,5), (5,6,7) dan (7,8,9)	(1/3, 1/2 ,1), (1/5, 1/4, 1/3), (1/7, 1/6, 1/5) dan (1/9, 1/8, 1/7)

Nilai perbandingan berpasangan yang telah didapatkan dimasukkan ke dalam matriks sehingga membentuk matriks fuzzy AHP sebagai berikut:

$$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} (1,1,1) & (l_{12}, m_{12}, u_{12}) & (\dots) & (l_{1n}, m_{1n}, u_{1n}) \\ (l_{21}, m_{21}, u_{21}) & (1,1,1) & (\dots) & (l_{2n}, m_{2n}, u_{2n}) \\ (\vdots) & (\vdots) & (\ddots) & (\vdots) \\ (l_{n1}, m_{n1}, u_{n1}) & (l_{n2}, m_{n2}, u_{n2}) & (\dots) & (1,1,1) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Apabila terdapat lebih dari 1 *Expert* dalam melakukan penilaian perbandingan berpasangan, maka nilai-nilai *Expert* tersebut wajib untuk digabungkan agar didapatkan nilai rata-ratanya dengan menggunakan *Geometric Mean*. *Geometric Mean* dapat dicari dengan menggunakan persamaan berikut:

$$l_{ij} = (\prod_{k=1}^K l_{ijk})^{1/K}, m_{ij} = (\prod_{k=1}^K m_{ijk})^{1/K}, u_{ij} = (\prod_{k=1}^K u_{ijk})^{1/K} \quad (2.20)$$

c. Melakukan Normalisasi Data

Setelah matriks terbentuk, langkah selanjutnya adalah menjumlahkan setiap baris dari matriks perbandingan fuzzy $\tilde{A}$ sesuai persamaan berikut:

$$RS_i = \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} = \left(\sum_{j=1}^n l_{ij}, \sum_{j=1}^n m_{ij}, \sum_{j=1}^n u_{ij} \right), \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.21)$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan normalisasi data dengan persamaan

$$\tilde{S}_i = \frac{RS_i}{\sum_{j=1}^n RS_j} \quad (2.22)$$

$$\tilde{S}_i = \left(\frac{\sum_{j=1}^n l_{ij}}{\sum_{j=1}^n l_{ij} + \sum_{k=1, k \neq i}^n \sum_{j=1}^n u_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^n m_{ij}}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n m_{kj}}, \frac{\sum_{j=1}^n u_{ij}}{\sum_{j=1}^n u_{ij} + \sum_{k=1, k \neq i}^n \sum_{j=1}^n l_{kj}} \right)$$

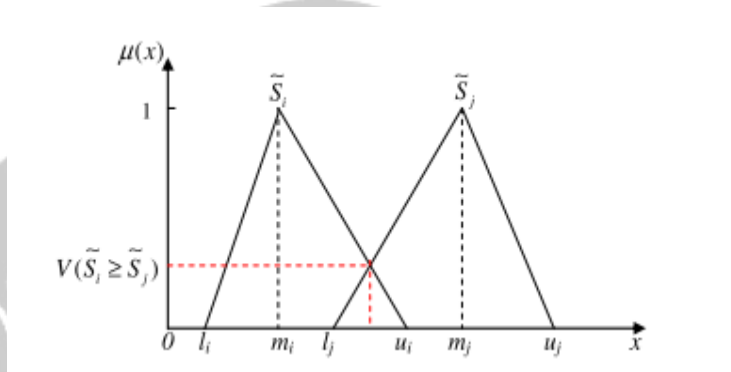
d. Menghitung Nilai Bobot Lokal

Perhitungan nilai bobot lokal dan bobot global pada FAHP dilakukan dengan dua metode yang berbeda yaitu *Extent Analysis Method for Fuzzy Analytic Hierarchy Process (EAM for FAHP)* yang dikembangkan oleh Chang dan *Fuzzy Logarithmic Least Square Method for Analytic Hierarchy Process (Fuzzy LLSM for FAHP)* yang dikembangkan oleh van Laarhoven & Pedrycz. Untuk perhitungan dengan metode *EAM for FAHP* dapat dilakukan secara manual, sedangkan untuk perhitungan dengan metode *Fuzzy LLSM for AHP* dapat dilakukan dengan bantuan aplikasi untuk memecahkan model *linear programming* seperti LINGO.

i. *Extent Analysis Method for Fuzzy Analytic Hierarchy Process (EAM for FAHP)*

Pada metode *EAM for FAHP*, langkah pertama untuk mencari nilai bobot lokal adalah dengan mencari nilai vektor (derajat kemungkinan) dari $\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j$. Pencarian nilai vektor dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan perbandingan tingkat kepentingan antara dua elemen. Gambaran tentang nilai vektor (derajat kepentingan) dapat dilihat pada gambar 2.6. Nilai vektor dapat dicari melalui persamaan berikut:

$$V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j) = \begin{cases} 1, & \text{if } m_i \geq m_j, \\ \frac{u_i - l_j}{(u_i - m_i) + (m_j - l_j)}, & \text{if } l_j \leq u_i, \quad i, j = 1, \dots, n; j \neq i \\ 0, & \text{others,} \end{cases} \quad (2.23)$$



Gambar 2.5. Definisi dari Derajat Kemungkinan $V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j)$

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai derajat kemungkinan $\tilde{S}_i$ dari fuzzy number lainnya dengan persamaan:

$$V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq i) = \min_{j \in \{1, \dots, n\}, j \neq i} V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j), \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.24)$$

Langkah terakhir adalah mendefinisikan vektor prioritas (bobot lokal) $W = (w_1, \dots, w_n)^T$ dari matriks perbandingan fuzzy $\tilde{A}$ dengan persamaan berikut

$$w_i = \frac{V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq i)}{\sum_{k=1}^n V(\tilde{S}_k \geq \tilde{S}_j | j = 1, \dots, n; j \neq k)}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.25)$$

ii. *Fuzzy Logarithmic Least Square Method for Analytic Hierarchy Process (Fuzzy LLSM for FAHP)*

Pada metode *Fuzzy LLSM for FAHP*, perhitungan nilai bobot lokal dilakukan dengan menyelesaikan model *linear programming* berikut:

$$\min J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \sum_{k=1}^{\delta_{ij}} ((\ln w_i^L - \ln w_j^U - \ln a_{ijk}^L)^2 + (\ln w_i^M - \ln w_j^M - \ln a_{ijk}^M)^2 + (\ln w_i^U - \ln w_j^L - \ln a_{ijk}^U)^2)$$

dengan batasan:

$$w_i^L + \sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^U \geq 1, \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned}
w_i^U + \sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^L &\leq 1, \\
\sum_{i=1}^n w_i^M &= 1, \quad i=1, \dots, n. \\
\sum_{i=1}^n (w_i^L + w_i^U) &= 2, \\
w_i^U &\geq w_i^M \geq w_i^L \geq 0,
\end{aligned} \tag{2.26}$$

e. Menghitung Nilai Bobot Global

Untuk perhitungan bobot global pada metode *EAM for FAHP* melalui tahapan dan cara yang sama dengan metode AHP tradisional, sedangkan untuk metode *fuzzy LLSM for FAHP* perhitungan bobot global dilakukan dengan menyelesaikan 3 model *linear programming* berikut:

$$w_{Ai}^L = \min_{w \in U_W} \sum_{j=1}^m w_{ij}^L w_j, \quad i = 1, \dots, n, \tag{2.27}$$

$$w_{Ai}^L = \max_{w \in U_W} \sum_{j=1}^m w_{ij}^U w_j, \quad i = 1, \dots, n, \tag{2.28}$$

$$w_{Ai}^M = \sum_{j=1}^m w_{ij}^M w_j^M, \quad i = 1, \dots, n, \tag{2.29}$$

dengan batasan:

$$\sum_{k=1}^m w_j = 1 \tag{2.27-2.29}$$

$$w_j \geq w_j^L$$

$$w_j \leq w_j^U$$

Metode *fuzzy LLSM for FAHP* akan mendefinisikan bobot global dalam bilangan *fuzzy*, sehingga harus dilakukan pengubahan bilangan *fuzzy* menjadi bilangan jelas. Pengubahan bilangan *fuzzy* menjadi bilangan jelas dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Converting Fuzzy Numbers into Crisp Scores* (CFCS) (Opricovic & Tzeng, 2003). Metode CFCS dapat dilakukan dengan mengikuti langkah-langkah berikut:

i. Melakukan normalisasi data

$$r_i^{\max} = \max r_{ij}, l_i^{\min} = \min l_{ij} \tag{2.30}$$

$$\Delta_{\min}^{\max} = r_i^{\max} - l_i^{\min} \tag{2.31}$$

Hitung untuk semua alternatif $a_j, j=1, \dots, J$

$$x_{lj} = (l_{ij} - l_i^{min}) / \Delta_{min}^{max} \quad (2.32)$$

$$x_{mj} = (m_{ij} - l_i^{min}) / \Delta_{min}^{max} \quad (2.33)$$

$$x_{rj} = (r - l_i^{min}) / \Delta_{min}^{max} \quad (2.34)$$

ii. Menghitung nilai normalisasi kiri (ls) dan kanan (rs), untuk $j=1, \dots, J$

$$x_j^{ls} = x_{mj} / (1 + x_{mj} - x_{lj}) \quad (2.35)$$

$$x_j^{rs} = x_{rj} / (1 + x_{rj} - x_{mj}) \quad (2.36)$$

iii. Menghitung total normalisasi nilai jelas, untuk $j=1, \dots, J$

$$x_j^{crisp} = [x_j^{ls}(1 - x_j^{ls}) + x_j^{rs}x_j^{rs}] / [1 - x_j^{ls} + x_j^{rs}] \quad (2.37)$$

iv. Menghitung nilai jelas, untuk $j=1, \dots, J$

$$f_{ij} = l_i^{min} + x_j^{crisp} \Delta_{min}^{max} \quad (2.38)$$

f. Mengurutkan Prioritas Alternatif

Langkah terakhir adalah melakukan pengurutan prioritas alternatif berdasarkan bobot global mulai dari alternatif dengan nilai bobot global tertinggi hingga terendah.